

## Алгебра логики.

Алгебра логики — это математический аппарат, с помощью которого записывают, вычисляют, упрощают и преобразовывают логические высказывания.

Создателем алгебры логики является живший в XIX веке английский математик Джордж Буль, в честь которого эта алгебра названа булевой алгеброй высказываний.

Логическое высказывание — это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

Употребляемые в обычной речи слова и словосочетания "не", "и", "или", "если... , то", "тогда и только тогда" и другие позволяют из уже заданных высказываний строить новые высказывания. Такие слова и словосочетания называются логическими связками.

Высказывания, образованные из других высказываний с помощью логических связок, называются составными. Высказывания, не являющиеся составными, называются элементарными.

Существуют три основные логические операции: отрицания (операция, выражаемая словом "не"), дизъюнкции (операция, выражаемая связкой "или") и конъюнкции (операция, выражаемая связкой "и").

Отрицание (инверсия) . Инверсия высказывания истинна, когда само высказывание ложно, и ложно, когда высказывание истинно.

Дизъюнкция (логическое сложение) двух или более высказываний ложно тогда и только тогда, когда все простые высказывания входящие в неё ложны.

Конъюнкция(логическое умножение) двух или более высказываний истинно тогда и только тогда, когда все простые высказывания входящие в неё истинны.

Существуют и другие логические операции.

Операция, выражаемая связками "если ..., то", "из ... следует", "... влечет ...", называется импликацией (лат. *implicare* — тесно связаны) и обозначается знаком  $\rightarrow$ .

Высказывание  $A \rightarrow B$  ложно тогда и только тогда, когда  $A$  истинно, а  $B$  — ложно.

Операция, выражаемая связками "тогда и только тогда", "необходимо и достаточно", "... равносильно ...", называется эквиваленцией или двойной импликацией и обозначается знаком  $\sim$ . Высказывание  $A \sim B$  истинно тогда и только тогда, когда значения  $A$  и  $B$  совпадают.

Импликацию можно выразить через дизъюнкцию и отрицание:

$$A \rightarrow B = \neg A \vee B.$$

Эквиваленцию можно выразить через отрицание, дизъюнкцию и конъюнкцию:

$$A \sim B = (\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B).$$

Порядок выполнения логических операций задается круглыми скобками. Но для уменьшения числа скобок договорились считать, что сначала выполняется операция отрицания ("не"), затем конъюнкция ("и"), после конъюнкции — дизъюнкция ("или") и в последнюю очередь

— импликация.

Логическая формула.

С помощью логических переменных и символов логических операций любое высказывание можно формализовать, то есть заменить логической формулой.

Определение логической формулы:

Всякая логическая переменная и символы “истина” (“1”) и “ложь” (“0”) — формулы.

Если  $A$  и  $B$  — формулы, то  $(A \cdot B)$ ,  $(A \vee B)$ ,  $(A \supset B)$ ,  $(A \equiv B)$  — формулы.

Никаких других формул в алгебре логики нет.

Некоторые формулы принимают значение “истина” при любых значениях истинности входящих в них переменных. Такие формулы называются тождественно истинными формулами или тавтологиями.

Некоторые формулы принимают значение “ложно” при любых значениях истинности входящих в них переменных. Такие формулы называются тождественно ложными формулами или противоречиями.

Если две формулы при одинаковых наборах значений входящих в них переменных, принимают одинаковые значения, то они называются равносильными.

Связь между алгеброй логики и двоичным кодированием

Математический аппарат алгебры логики очень удобен для описания того, как функционируют аппаратные средства компьютера, поскольку основной системой счисления в компьютере является двоичная, в которой используются цифры 1 и 0, а значений логических переменных тоже два: “1” и “0”.

Из этого следует два вывода:

одни и те же устройства компьютера могут применяться для обработки и хранения как числовой информации, представленной в двоичной системе счисления, так и логических переменных;

на этапе конструирования аппаратных средств алгебра логики позволяет значительно упростить логические функции, описывающие функционирование схем компьютера, и, следовательно, уменьшить число элементарных логических элементов, из десятков тысяч которых состоят основные узлы компьютера.

Существуют различные физические способы кодирования двоичной информации, но чаще всего единица кодируется более высоким уровнем напряжения, чем ноль.